CENTRALE MARSEILLE

ESPRIT D'INNOVATION
+ SENS DES RESPONSABILITÉS

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Monsieur Juan Antonio SOLER VASCO est autorisé à présenter ses travaux en vue de l'obtention du diplôme national de DOCTORAT délivré par l'école CENTRALE MARSEILLE

le 20 septembre 2019, à 13h30

à : Amphithéâtre 3, Ecole Centrale de Marseille
38 rue Frédéric Joliot Curie, 13451 Marseille cedex 13

Titre : **Méthodes numériques alignées pour problèmes elliptiques anisotropes en domaines bornés pour simulations du plasma de bord**

Ecole doctorale : ED 353 SCIENCES POUR L'INGENIEUR : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique

Spécialité : Mécanique et Physique des Fluides

Rapporteurs :
Monsieur Bruno DESPRES, Professeur, CNRS / Laboratoire Jacques Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France.
Monsieur Sergio AMAT PLATA, Professeur, Universidad Politécnica de Cartagena, Espagne.

Membres du Jury :
Monsieur Bruno DESPRES, Professeur, CNRS / Laboratoire Jacques Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France.
Monsieur Sergio AMAT PLATA, Professeur, Universidad Politécnica de Cartagena, Espagne.
Madame Francesca RAPETTI, Maître de Conférences, Université de Nice Sophia Antipolis, Nice, France.
Monsieur Éric SERRE, Directeur de Recherche, CNRS / M2P2, Marseille, France.
Monsieur Frédéric SCHWANDER, Maître de Conférences, M2P2/École Centrale de Marseille, France.
Monsieur Jacques LIANDRAT, Professeur, I2M/ École Centrale de Marseille, France.

Membres invités
Monsieur Giorgio GIORGIANI, M2P2, Marseille, France.
Monsieur Patrick TAMAIN, IRFM-CEA Cadarache, St. Paul-lez-Durance, France.

Résumé :

Les problèmes elliptiques hautement anisotropes se présentent dans de nombreux modèles physiques qui doivent être résolus numériquement. Une direction de diffusion dominante est alors introduite (appelée ici direction parallèle) le long de laquelle le coefficient de diffusion est plusieurs ordres de grandeur plus grands que dans la direction perpendiculaire. Dans ce cas, les méthodes aux différences finies standard ne sont pas conçues pour fournir une discrétisation optimale et peuvent conduire à une diffusion perpendiculaire artificielle potentiellement importante, résultant d'erreurs dans l'approximation de la diffusion parallèle.

Cette thèse se concentre sur trois axes principaux pour résoudre les équations elliptiques anisotropes de manière appropriée : un schéma aligné et conservatif de différences finies pour discrétiser l'opérateur Laplacien, une reformulation de l'équation de Helmholtz pour réduire la

diffusion numérique, et un solveur basé sur les méthodes multi-grille comme préconditionneur d'un solveur GMRES.
Les deux premiers chapitres sont consacrés à la présentation du cadre de cette thèse.

Au chapitre 1, une brève introduction à la fusion par confinement magnétique est présentée, identifiant les problèmes numériques soulevés par la résolution des équations fluides, en particulier dans la région proche au bord (Scrape-Off-Layer). Le problème numérique que nous allons traiter est essentiellement un problème elliptique anisotrope où la diffusion est de 5 à 8 ordres de grandeur plus grande dans la direction parallèle que dans la direction perpendiculaire.

Dans le chapitre 2, une introduction bibliographique aux méthodes numériques résolvant les équations elliptiques anisotropes est présentée, avec un accent sur les méthodes aux différences finies.

Dans le chapitre 3, un schéma de discrétisation aligné est proposé en utilisant des grilles cartésiennes non alignées. Selon la méthode Support Operator Method (SOM), la propriété d'auto-ajoint de l'opérateur de diffusion parallèle est maintenue au niveau discret. Par rapport aux méthodes existantes, la formulation actuelle garantit la conservation des flux dans des directions parallèles et perpendiculaires. De plus, dans les domaines bornés, une discrétisation des conditions aux limites est présentée afin d'assurer une précision comparable de la solution. Des tests numériques basés sur des solutions manufacturées montrent que la méthode est capable de fournir des approximations numériques précises et stables dans des domaines périodiques et bornés avec un nombre considérablement réduit de degrés de liberté par rapport autres approches non alignées.

Une reformulation de l'équation de Helmholtz est présentée au chapitre 4 pour limiter la diffusion numérique liée à la discrétisation du Laplacien pour les valeurs élevées de diffusion parallèle. La méthode est basée sur la séparation de la solution en une partie alignée et non alignée, par rapport à l'opérateur de diffusion parallèle, gr\^ace à des méthodes de filtrage. Les cas de tests montrent que cette reformulation de l'équation de Helmholtz élimine la diffusion perpendiculaire numérique, avec une efficacité d'autant plus accrue que les valeurs de diffusivité parallèle sont élevées.

Afin de résoudre efficacement les équations anisotropes elliptiques pour les grands systèmes d'équations, un solveur itératif basé sur des algorithmes multi-grilles géométriques est proposé au chapitre 5. Cet algorithme est plus tard posé comme préconditionneur d'un solveur GMRES, exhibant une réduction drastique du temps et de la mémoire requise par rapport à des solveurs directs résolvant les équations Helmholtz et Poisson, et ce pour différents types de conditions aux limites.

La thèse est conclue par une analyse critique des aspects numériques des discrétisations alignées étudiées. Une attention particulière est accordée à l'application des méthodes étudiées dans les codes de turbulence plasma 3D, tels que TOKAM3X développé par le CEA.